



MATEMÁTICAS ACADÉMICAS · 3º ESO

TRABAJO PARA LA RECUPERACIÓN DE PENDIENTES · CURSO 2021/22

CONDICIONES PARA RECUPERAR LA ASIGNATURA

- El trabajo deberá entregarse en folios, con portada y nombre, buena presentación, y con los enunciados copiados antes de realizar cada ejercicio.
- Estos ejercicios se deben entregar el día de la realización del examen.
- El trabajo será valorado con el 50% de la nota final en la recuperación de la asignatura, y será necesario obtener una nota superior a un 4 para aprobar la materia pendiente.
- El otro 50% de la nota será correspondiente al examen, en el que también será necesario obtener más de un 4 para poder superar la asignatura.

NÚMEROS REALES

1. Reduce a común denominador y ordena las fracciones siguientes:

$$\frac{-3}{5} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{-1}{3} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{-5}{6} \quad \frac{3}{8}$$

2. Aplica las reglas de jerarquía para calcular y simplificar las siguientes expresiones:

$$a) \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{4} \quad b) \frac{3}{8} \div \frac{10}{3} \quad c) \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{5}{3} \quad d) \frac{3}{7} - 1 + \frac{2}{5} \quad e) \frac{10}{12} - 3 \cdot \frac{1}{5}$$

$$f) \frac{4}{3} \div \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} \quad g) \left(\frac{4}{9} - \frac{1}{6} \right) \cdot 3$$

3. En el instituto, $\frac{5}{8}$ de los alumnos eligen taller de matemáticas, el 48,5% están en cultura clásica y 9 de cada 16 alumnos se adscriben a Sociedad, cultura y religión. ¿Cuál es la materia preferida por los alumnos?

4. Calcula el resultado de las operaciones:

$$a) \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{3} : \frac{4}{3} + \frac{1}{8} + \frac{3}{6} : \frac{2}{3} =$$

$$b) \frac{1}{3} + \frac{1}{4} : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right) - \frac{3}{6} =$$

5. Alberto ha disfrutado de 30 días de vacaciones. En el viaje ha ocupado 4 días, 12 días ha disfrutado de la playa, 10 días ha realizado excursiones y el resto ha visitado a sus amigos. ¿Qué proporción del tiempo ha destinado a cada actividad?



6. Clasifica los siguientes números decimales en números racionales y números irracionales, explicando en cada caso la razón:

a) 1,1213141516...; b) 1,213141414....;

b)

c) 1,2020020002.....

d) 1,1357913579....

7. Indica cuáles de los siguientes números son racionales y cuáles irracionales, y ordénalos de mayor a menor:

0,414141..... 0,272829..... 0,414114111..... 0,272272272....

8. El equipo de baloncesto del instituto juega la final del campeonato. Luis hizo $\frac{1}{8}$ de los puntos, Sonia los $\frac{2}{8}$ y Laura los $\frac{3}{8}$. Los restantes jugadores hicieron 16 puntos. Calcula el número de puntos conseguidos por Luis, Sonia y Laura.

9. Realiza estos cálculos teniendo en cuenta la jerarquía de las operaciones:

a) $\frac{1}{4} - \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} + 2$ b) $\frac{1}{4} - \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{1}{3} + 2\right)$ c) $\left(\frac{1}{4} - \frac{2}{5}\right) \cdot \frac{1}{3} + 2$ d) $\left(\frac{1}{4} - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + 2\right)$

10. Escribe en forma fraccionaria los números.

a) 3,5 b) 0,66 c) -3,55.... d) 2,15 e) 5,2555.... f) 0,7575... g) 1,11... h) 6,2525...

POTENCIAS Y RAÍCES DE NÚMEROS REALES

1. Opera y expresa el resultado como una potencia.

a) $\left(\frac{3}{5}\right)^4 \div \left(\frac{5}{3}\right)^3$ b) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 \cdot 3^3$

2. Calcula: a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{2}$ B) $\sqrt{2^3} \cdot \sqrt{3^3}$

3. Realiza la siguiente operación combinada con potencias. $2 \cdot 3^2 - 5^2 (4 - 2)$: 5

4. Resuelve:

a) $2^2 + 3^2 - 2^4$ b) $2 \cdot 3^2 + 48 : 2^3$ c) $5 \cdot (3^2 - 7) \cdot 2^2$ d) $2^4 \cdot 3^2 : 2 - (2 - 4^2)$



5. Aplicando las propiedades de las potencias, simplifica estas expresiones:

$$a) \frac{5^2 \cdot (5^{-2})^3 \cdot 5^4}{5^0 \cdot 5^{-5} \cdot (5^2)^2} \quad b) \frac{2^{-1} \cdot (2^5)^{-3} \cdot 2}{2^{-7}} \quad d) \frac{7^{-3} \cdot 7^{-1} \cdot 7^4}{(7^5 \cdot 7)^2}$$

6. Calcula el valor de la siguiente expresión, simplificando primero todo lo que puedas:

$$\frac{6^2 \cdot 5^3}{3^3 \cdot 10^2}$$

7. Realiza estas operaciones y expresa el resultado en forma de raíz.

$$a) \left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{3}{5}} \div \left(\frac{7}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad b) \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{3}{4}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}$$

8. Calcula: a) $\sqrt{2\sqrt{2}}$ c) $\sqrt[4]{2}$ d) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3}$

12. Introduce dentro de la raíz los números que aparecen fuera de ella.

$$a) 5\sqrt{3} \quad c) 2 \cdot \sqrt[4]{5}$$

$$b) 3 \cdot \sqrt[3]{2} \quad d) 4 \cdot \sqrt{7}$$

9.. Simplifica las expresiones.

$$a) 3\sqrt{5} + 3\sqrt{20} \quad c) \sqrt{45} + 2\sqrt{20} - \sqrt{80}$$

$$b) \sqrt{27} - 3\sqrt{12} \quad d) \sqrt{8} + 4\sqrt{18} - \sqrt{50}$$

10. Completa el siguiente cuadro, en el que se representan de distintas formas (gráficamente, con intervalos, con desigualdades y con valores absolutos) diferentes subconjuntos de la recta real.

	Gráfica	Intervalos	Desigualdades	Valores absolutos
a)				
b)		$(-5, 5]$		
c)			$\{x \leq -2\} \cup \{x \geq 2\}$	
d)				$ x \geq 1$

11. Completa el siguiente cuadro, en el que se representan de distintas formas (gráficamente, con intervalos y con desigualdades) diferentes subconjuntos de la recta real.

	Gráfica	Intervalos	Desigualdades
a)			
b)		$(-1, 5)$	
c)			$\{2 \leq x < 8\}$



12. Expresa los siguientes números en notación científica.

- a) 37200000 b) $-0,0000125$ c) $432,8 \cdot 10^{-5}$ d) $0,092 \cdot 10^7$ e) 74,25

13. Una habitación con forma de cubo tiene un volumen de 125 m^3 . ¿Cuántas losetas harán falta para poner el suelo de la habitación si cada loseta mide $50 \times 50 \text{ cm}$? ¿Cuál será la distancia máxima que se pueda andar en línea recta en la habitación?

PROPORCIONALIDAD DIRECTA E INVERSA

1. Se llena un recipiente con 100 Kg de agua salada que contiene un 3% de sal. Debido al calor, la evaporación hace que la disolución se reduzca en un 20%. ¿Qué tanto por ciento de sal contendrá?

2. ¿Cuánto dinero corresponde a cada uno de los dos socios de una empresa que ha obtenido unos beneficios de 37800 euros si el primero aportó 12000 euros durante tres años y el segundo 18000 euros durante cuatro años?

3. Reparte la cantidad de 152 euros entre tres deportistas de forma inversamente proporcional a los minutos que han tardado en hacer un recorrido y que ha resultado ser de 5, 15 y 20, respectivamente.

4. En una fiesta, tres invitados gastan en refrescos 40 euros. ¿Cuánto pagará cada uno si se llevan 10, 15 y 25 refrescos respectivamente?

5. Calcula: a) El 20% de 6560; b) el 0,80% de 2005; c) el 20% del 30% de 10000. d) el 50% del 40% del 30% de 1000000

6. El precio de la vivienda subió el año pasado un 4% y este bajó un 2%. ¿Cuál es ahora el precio de un piso que antes de la primera subida valía 144000 euros?

7. El precio de los compact discs ha subido en un cierto periodo de 130 a 140,50 euros. ¿Qué porcentaje representa esta subida?

8. La madre de Elena cobra mensualmente 1749,88 euros después de haberle sido retenido un 18% por Hacienda. ¿Cuánto habría cobrado si no se hubiese efectuado la retención?

9. Los tres camareros de un bar trabajan 4, 6 y 8 horas al día, respectivamente. Al final del mes se obtiene un bote que asciende a 725,40 euros. ¿Cuánto le corresponderá a cada uno?



10. ¿Cuánto ganarán 10 trabajadores en 60 días si 15 trabajadores en 30 días han ganado 18750 euros?
11. El precio de la gasolina subió en enero un 4%. En febrero bajó un 2% y en marzo volvió a subir un 5%. ¿Cuál fue el porcentaje de variación del precio en este trimestre?
12. Reparte 4371 en partes inversamente proporcionales a 3, 4 y 5.
13. Reparte 7875 en partes inversamente proporcionales a 3, 5 y 6.
14. María, Nuria y Paloma han cobrado por un trabajo 344 euros. María ha trabajado 7 horas; Nuria, 5 horas y Paloma, 4 horas. ¿Qué cantidad le corresponde a cada una?
15. la cantidad 12500 se incrementa primero en un 12% y el resultado se vuelve a incrementar en otro 4% ¿Cuál es la cantidad final resultante?
16. Una tienda de electrodomésticos paga al proveedor por una lavadora 480 euros. El precio de venta al público supone un incremento del 20%. ¿Cuál será el precio de la lavadora en rebajas, si la tienda aplica un 12% de descuento?
17. a) ¿Cuál es el 35% de 210?
 - a. ¿Qué tanto por ciento es 15 respecto a 75?
 - b. De los 140 alumnos matriculados en 3.º de ESO, 65 aprobaron las matemáticas, y de los 130 alumnos de 4.º de ESO las aprobaron 60. ¿Qué curso obtuvo mejores resultados?

POLINOMIOS

1. Dadas las siguientes operaciones algebraicas, halla el valor numérico para

$$a = 4, b = 3 \text{ y } c = -1;$$

$$\frac{a^2 - (b - c)^2}{(a + b + c)}$$

$$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2. Realiza las siguientes operaciones:

a) $(2x^3 + 3x - 2) - (3x^3 + 2x^2 - 3) + (x^2 - 2x)$ b) $(3x^2 - 2x + 2)(2x^2 - 3) - (2x - 5)^2$

c) $(2x - 3)^3 + (2x + 3)^3$

3. Sacar factor común en las expresiones: a) $8x^5 - 16x^3 - 4x^2$ b) $2a^2 - 4ab + 6ca - 12abc$

4. Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para los valores que se indican:

a) $4x^2 + y^2 - 4xy$ para $x = 3, y = 4$ b) $(2x - y)^2$ para $x = 3, y = 4$ c) $\frac{3}{4}\pi r^3$ para $r = 2, r = \frac{1}{2}$

5. Dados los polinomios $P(x) = 3x^3 - 2x + 3$, $Q(x) = 2x^2 + 3x - 2$, $R(x) = x^3$, calcula:

a) $P(x) + Q(x) + R(x)$ b) $P(x) - Q(x) - R(x)$ c) $P(x) \cdot Q(x)$ d) $P(x) \cdot Q(x) \cdot R(x)$



7. Saca factor común en las siguientes operaciones algebraicas:

a) $4y^3 - 8y^5$ b) $12x^2y^3 - 8x^3y^2$ c) $3a^2 + 6ab - 9ac$

11. Efectúa estos productos:

a) $-3x^2 \cdot [4x^3 - 5x + 2]$

b) $5x^2yz^4 \cdot [4x^3 - 5x + 2]$

13. Dados los polinomios $P(x) = 3x^2 - x + 5$ y $Q(x) = -2x^2$, calcula las siguientes operaciones.

a) $P(-1)$ b) $Q(2)$ c) $2P(x) - Q(x)$ d) $P(x) \cdot Q(x)$

16. Desarrolla estas expresiones utilizando las igualdades notables.

a) $(3a - b)^2$ b) $(4x + 3)^2$ c) $(2 - x)(2 + x)$ d) $(2x - 1)(2x + 1)$ e) $(y - x)(y + x)$

17. Saca factor común en estas expresiones.

a) $5x^3 + 8x^4 - 2x^2y$ **b)** $6xz^2 - 2x^3z + 8xz$

19. Dados los polinomios $P(x) = x^3 - 2x^2 + 7x - 5$, $Q(x) = x^2 - x - 2$ y $M(x) = x + 1$:

a) Calcula las divisiones $P(x) : Q(x)$, $P(x) : M(x)$ y $Q(x) : M(x)$.

b) ¿Es $M(x)$ divisor de $P(x)$? ¿Y de $Q(x)$?

20.a) Calcula, sin efectuar la división, el resto que resulta al dividir $3x^3 - 5x^2 + 4$ entre $x + 1$.

b) Dado el polinomio $P(x) = x^4 - 3x^2 + x - 6$, comprueba si $x + 3$ y $x - 2$ son factores de $P(x)$.

ECUACIONES. SISTEMAS DE ECUACIONES

1. Resuelve la ecuación quitando previamente los paréntesis:

$$3(x - 2) - 2(2x - 4) - 3(x + 3) = \frac{x}{2} - 25$$

2. Resuelve la ecuación quitando previamente los denominadores:

$$\frac{2x + 2}{3} - \frac{3x - 1}{5} = 6 + \frac{4x + 2}{2}$$

3. Calcula dos números impares consecutivos tales que sus cuadrados de diferencien en 64.



4. Resuelve las siguientes ecuaciones quitando previamente los denominadores:

a) $\frac{x+2}{3} + \frac{2x-1}{4} = 2x - \frac{3}{4}$

b) $\frac{5x+2}{3} - \frac{2x-4}{4} + 2x = \frac{x}{2} - 1$

5. Descompón el número 25 en dos sumandos tales que la tercera parte del primero más la quinta parte del segundo sea igual a 7.

6. Javier tiene 4 años más que su hermana Elena. Hace seis años Javier tenía el doble de edad que entonces tenía Elena. Calcula la edad actual de cada uno.

7. Lola ha recorrido una cuarta parte de un camino y le faltan 3 kilómetros para llegar a la mitad. ¿Qué longitud tiene el camino?

8. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado por el método general:

a) $x^2 - 2x - 15 = 0$

b) $x^2 + 13x + 42 = 0$

c) $3x^2 - 3x - 6 = 0$

9. Resuelve las siguientes ecuaciones incompletas:

a) $3x^2 = 6x$

b) $4x^2 - 5 = 4$

c) $3 - 4x^2 = 8x^2 - 9$

d) $-10x^2 = 5x$

11. Resuelve las ecuaciones:

a) $\frac{2}{x-1} - \frac{3}{x+2} = -\frac{1}{70}$

b) $\frac{2}{x+2} + \frac{3}{(x+2)^2} = \frac{11}{16}$

10. Resuelve los sistemas: Cada uno por un método distinto.

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 3x - 4y = -18 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2(x+1) - 3(y-2) = 19 \\ 5x + 3y = 17 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x + 7y = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 7x + 2y = 4 \\ 5x + y = 1 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x - 3y = -8 \\ x + 2y = 17 \end{cases}$



11. Halla dos números tales que su suma sea 31 y su diferencia 3.

12. La edad de Javier era exactamente hace 3 años el triple que la de Elena, pero dentro de cuatro años será solamente el doble. Halla las edades actuales de Javier y Elena.

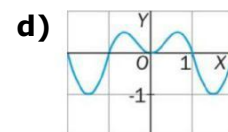
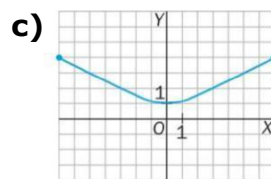
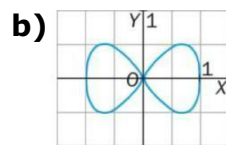
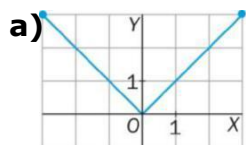
13. Dos hogazas de pan y ocho barras pesan 6 kg y 12 barras y una hogaza pesan 4kg. ¿Cuánto pesa cada barra de pan y cada hogaza?

14. El triple de un número menos el doble de otro número es igual a 45 y el doble del primero menos la cuarta parte del segundo es igual a 43. ¿De qué números se trata?

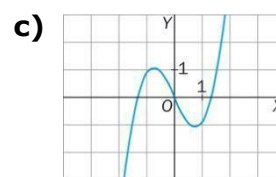
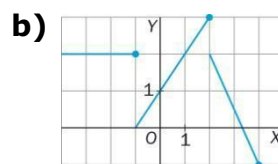
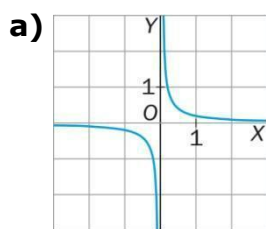
15. Para una fiesta se compran refrescos a 0,85 € y bolsas de frutos secos a 1,25 €. Por cada refresco se compran tres bolsas de frutos secos y en total se pagan 230 €. ¿Cuántos refrescos y bolsas se han comprado?

FUNCIONES

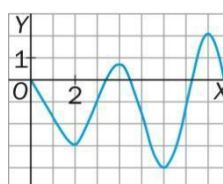
1. Di si las siguientes gráficas corresponden a una función. En caso afirmativo, halla su dominio y recorrido.



2. Di cuáles de estas funciones son continuas. En caso de que no lo sean, indica los puntos de discontinuidad.



3. Indica los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función, así como los máximos y mínimos.





4. Calcula la tasa de variación de las siguientes funciones en el intervalo que se indica.

a) $f(x) = -2x + 5$ en $[1, 3]$ b) $g(x) = \frac{3}{x+4}$ en $[2, 4]$

5. Expresa los enunciados siguientes mediante una ecuación lineal.

a) Abrimos un grifo para llenar una piscina y el nivel del agua sube 10 centímetros cada minuto.

b) Relación entre el perímetro de un cuadrado y su lado.

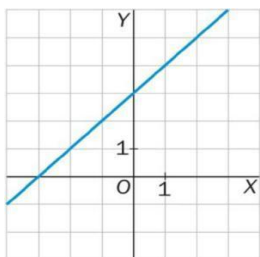
c) Coste de la reparación de fontanería por la que nos cobran 30 euros por el desplazamiento y 25 euros por cada hora de trabajo.

6. Representa las siguientes rectas.

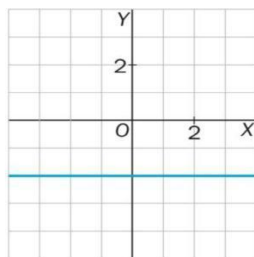
a) $y = x + 1$ b) $y = -2x + 1$ c) Pasa por el punto $(1, -1)$ y tiene como pendiente $m = \frac{1}{4}$.

7. A partir de las siguientes gráficas, obtén la ecuación de las rectas, señalando su pendiente y ordenada en el origen:

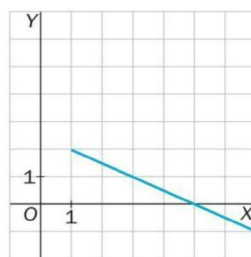
a)



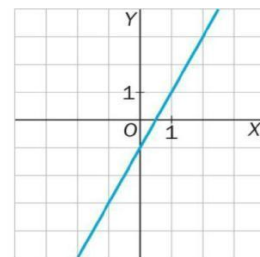
b)



c)



d)



8. Obtén la gráfica de las siguientes parábolas.

a) $y = x^2 + 3$ b) $y = (x - 3)^2$ c) $y = (x - 2)^2 + 3$

9. Calcula la recta paralela a $y = 4x - 2$ que pasa por el punto $(1, 5)$.

10. Representa la recta que pasa por los puntos $A(-2, 3)$ y $B(4, 5)$. Halla su ecuación.

11. Representa la recta que pasa por el punto $P(-2, 1)$ y cuya pendiente es $m = 3$. Halla su ecuación.



TABLAS Y GRÁFICAS ESTADÍSTICAS

1. Se ha preguntado a los 30 alumnos de una clase de tercero de ESO su estatura y se han obtenido las siguientes contestaciones:

168 169 172 175 168 169 165 169 172 171 163 164 170 167 165 159 163 166 167
173 165 160 168 167 170 161 162 162

Construye la correspondiente tabla de frecuencias agrupando los datos en cuatro intervalos

2. Las puntuaciones obtenidas en una prueba de Tecnología por 30 alumnos fueron:

3 3 3 4 4 4 4 4 5 5 5 5 5 5 5 6 6 6 7 7 7 7 7 7 7 7 7 9 9 9

Construye la tabla de frecuencias.

3. El número de hijos de 100 familias de una cierta población viene dado por la siguiente tabla:

Número de hijos	0	1	2	3	4	5
Número de familias	15	30	35	15	3	2

Calcula la media, la moda y la mediana del número de hijos por familia. Calcula el rango, la varianza y la desviación típica de la distribución.

4. El número de horas que diariamente ven la televisión diez personas seleccionadas es el siguiente:

3, 2, 0, 1, 2, 4, 5, 3, 3, 2

Halla la media, la moda y la mediana, el rango, la varianza y la desviación típica de la distribución correspondiente al ejercicio anterior.

5. La distribución de los mensajes de móvil que han enviado los 60 vecinos de un edificio a lo largo de un mes se refleja en la siguiente tabla:

MENSAJES	NÚMERO
0-9	18
9-18	7
18-27	15
27-36	9
36-45	6
45-57	5

a) Calcula el número medio de mensajes enviados, la moda y la mediana.

b) Calcula la desviación típica de la distribución.

c) Calcula los cuarteles de la distribución.

9. La tabla refleja el tiempo, en minutos, que tardan 100 estudiantes en llegar a su centro escolar por la mañana.

Tiempo (minutos)	N.º de alumnos
[5, 10)	10
[10, 15)	30
[15, 20)	25
[20, 25)	20
[25, 30)	15
	100

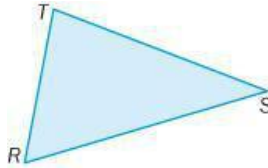
a) Calcula su desviación típica utilizando la marca de clase.

b) Si multiplicamos por 2 cada uno de los datos, ¿cómo varía la desviación típica?



GEOMETRÍA

1. Halla gráficamente el baricentro y el ortocentro de este triángulo.



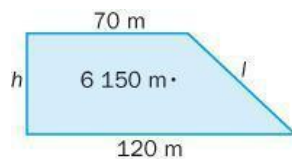
2. Razona si las siguientes parejas de triángulos pueden ser semejantes.

a. ABC es rectángulo en A y $B \bullet 60^\circ$, y $A'B'C'$ es rectángulo en A' y $C' \bullet 30^\circ$.

b. En ABC , $a = 16$ cm, $b = 9$ cm y $c = 8$ cm. En $A'B'C'$, $a' = 128$ cm, $b' = 72$ cm y $c' = 64$ cm.

3. Calcula el lado de un rombo sabiendo que sus diagonales miden 12 y 8 centímetros, respectivamente.

4. Se quiere vallar una finca que tiene forma de trapezio rectángulo y cuya extensión es de 6150 metros cuadrados. Sabemos que los lados paralelos miden 70 y 120 metros, respectivamente. Si el metro de valla cuesta 15 euros, ¿cuánto cuesta vallar la finca?



5. Calcula el área de las siguientes figuras:

a. Un trapezio isósceles en el que las bases y la altura miden 15, 10 y 3 centímetros, respectivamente.

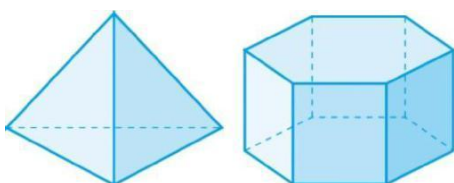
b) Una corona circular de radios exterior e interior de 8 y 5 centímetros, respectivamente.

6. Observa estos poliedros y contesta a los siguientes apartados.

a. Nómbralos.

1. Indica su desarrollo plano.

2. Comprueba que verifican la fórmula de Euler.





7. Las aristas de un ortoedro miden 4, 5 y 8 centímetros, respectivamente. ¿Cuánto mide su diagonal?
8. ..De un triángulo rectángulo se sabe que su hipotenusa mide 10 centímetros, y uno de los catetos, 6. Si se hace girar sobre el cateto desconocido:
 - a)¿Qué cuerpo se obtiene? Representalo.
 - b)¿Cuánto mide su altura?
9. a) Calcula el área lateral de un cono cuyo radio de la base mide 3 centímetros, y la generatriz, 7.
 - a. Calcula el volumen de un prisma recto de 18 centímetros de altura y de base rectangular de 13×8 centímetros.
- 10.¿Qué distancia hay entre dos puntos situados sobre el Ecuador cuyas longitudes son 15° E y 75° O, respectivamente? (Longitud del ecuador: 40 300 kilómetros.)
- 11.. Calcula la distancia que debe recorrer un avión cuyo aeropuerto de salida tiene por coordenadas 20° O, 10° N, y el de llegada, 20° O, 40° N. (Radio de la Tierra: 6371 kilómetros.)
12. Una quesería produce quesos cuyas dimensiones son 22 centímetros de diámetro y 15 de altura. Cada queso se envasa al vacío con un plástico especial para alimentos que cuesta 1,30 euros el metro cuadrado. Si al día se empaquetan 300 quesos, ¿cuál es el gasto semanal del empaquetado?